ПРАВИТЕЛЬСТВО САНКТ – ПЕТЕРБУРГА КОМИТЕТ ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение гимназия № 498 Невского административного района г. Санкт – Петербурга

Адрес:Санкт-Петербург, ул. Новосёлов, 21

Телефон/факс 446-18-57, e-mail:school498@bk.ru

ПРОЕКТНО – ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ

**ТЕМА ПРОЕКТА**

**Изображение и описание дробей в произведениях искусства**

**Руководитель проекта**

Поликарпова Валентина Вячеславовна

учитель математики

**Работу выполнила**

Васильева Ксения

7 «А» класс

г. Санкт – Петербург

2017

Оглавление

[Введение 3](#_Toc475038193)

[Основная часть 5](#_Toc475038194)

[Глава 1. Теоретическая 5](#_Toc475038195)

[Используемые математические понятия 5](#_Toc475038196)

[Архитектура Древней Греции 6](#_Toc475038197)

[Архитектура Древнего Египта 6](#_Toc475038198)

[Золотое сечение в живописи 8](#_Toc475038199)

[Математика и иные жанры искусства (музыка и кино) 13](#_Toc475038200)

[Выводы по первой главе. 14](#_Toc475038201)

[Глава 2. Практическая 16](#_Toc475038202)

[Золотое сечение в архитектуре Санкт-Петербурга 16](#_Toc475038203)

[Заключение 19](#_Toc475038204)

[Список используемой литературы 20](#_Toc475038205)

# Введение

Задумывались ли вы когда-нибудь о том, что математика и искусство могут иметь очень большое значение друг для друга? Я обратила на это внимание после внимательного рассмотрения различных картин мастеров своего дела – например, Леонардо да Винчи или Сальвадора Дали. Мне всегда была интересна связь предметов между собой, которые, по своей идее и общему значению, считаются абсолютно разными. Иногда первое впечатление бывает обманчиво, и союз таких вещей оказывается безмерно крепким и сильным, становясь большой неожиданностью для окружающих.  
Я выбрала именно эту тему для исследования, потому что я нахожу обнаружение дробей или математических закономерностей в произведениях искусства действительно занимательным и любопытным явлением, которое стоит показать окружающим – и в особенности тем, кто любит творить, но к точным наукам относится очень холодно.

В современном мире искусство имеет большое значение, так как сейчас люди могут не бояться осуждения со стороны социума и выражать себя в близком им виде творчества. Наверное, каждый человек хотя бы один раз в жизни пробовал писать стихи или нарисовать появившийся сюжет в голове. Математику общество тоже не оставило без внимания – например, теорема Ферма, которую часто именуют Великой или Последней, была доказана Эндрю Уайльсом в 1994 году, а в 2006 году Григорием Перельманом гипотеза Пуанкаре прошла тот же путь, став первой и единственной на данный момент из решённых задач тысячелетия.

**Основная цель работы** доказать, что в произведениях искусства существуют дроби и их изображения.

**Задачи исследования**:

* Изучить литературу по теме дробей в произведениях искусства.
* Собрать материал об изображениях дробей в произведениях искусства.
* Найти пропорцию золотого сечения в архитектуре Санкт-Петербурга.
* Проанализировать полученные результаты и сделать выводы.

**Гипотеза исследования** в произведениях искусства дроби играют большую роль.

**Методы исследования**:

* Теоретический анализ литературных источников;
* Анализ архитектуры Санкт-Петербурга;
* Анализ полученных результатов.

# Основная часть

# Глава 1. Теоретическая

*Математика в такой же степени есть   
создание прекрасного, как творчество живописца  
 или поэта, - совокупность идей,   
подобно совокупности красок и слов,   
должна обладать внутренней гармонией.*

*Годфри Харди*

## Используемые математические понятия

**Пропорция** означает равенство двух или нескольких отношений.

В математике равенство двух отношений выражается формулой **a:b=с:d**, и каждый член ее может быть определен через остальные три. В гармонической пропорции - 3 элемента. Они являются или попарными разностями некоторой тройки элементов, или самими этими элементами, например **а:с=(а - в): (в - с)**.

**Золотое сечение** (золотая пропорция, деление в крайнем и среднем отношении, гармоническое деление) — соотношение двух величин **a и b, b > a**, когда справедливо **b/a = (a+b)/b**. Исторически изначально золотым сечением именовалось деление отрезка АВ точкой С на две части (меньший отрезок АС и больший отрезок ВС), чтобы для длин отрезков было верно AC/BC = BC/AВ. Говоря простыми словами, золотым сечением отрезок рассечён на две неравные части так, что большая часть отрезка составляет такую же долю в целом отрезке, какую меньшая часть отрезка составляет в его большей части. То есть это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей. Или другими словами, меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему.

**Геометрическая симметрия** — это наиболее известный тип симметрии для многих людей. Геометрический объект называется симметричным, если после того как он был преобразован геометрически, он сохраняет некоторые исходные свойства.

## Архитектура Древней Греции

Еще в глубокой древности человеком было обнаружено, что все явления в природе связаны друг с другом, что все пребывает в непрерывном движении, изменении, и, будучи выражено числом, обнаруживает удивительные закономерности.

В Древней Греции эпохи классики возник ряд учений о гармонии. Из них наиболее глубокий след в мировой культуре оставило Пифагорейское учение, возникшее в VI—IV вв. до н. э.

В области гармоники Пифагором были произведены важные акустические исследования, приведшие к открытию закона, согласно которому первые (то есть самые главные, самые значимые) консонансы определяются простейшими числовыми отношениями 2/1, 3/2, 4/3.

Все классическое искусство Греции носит печать пифагорейского учения о пропорциях. Его влияние испытали на себе ученые средневековья, наука и искусство эпохи Возрождения, Нового времени вплоть до наших дней. Вслед за пифагорейцами средневековый ученый Августин назвал красоту "числовым равенством". Философ-схоласт Бонавентура писал: "Красоты и наслаждения нет без пропорциональности, пропорциональность же прежде всего существует в числах. Необходимо, чтобы все поддавалось счислению". Об использовании пропорции в искусстве Леонардо да Винчи писал в своем трактате о живописи: "Живописец воплощает в форме пропорции те же таящиеся в природе закономерности, которые в форме числового закона познает ученый".

Таким образом, пропорциональность, соразмерность частей целого является важнейшим условием гармонии целого и может быть выражена математически посредством пропорций.

## Архитектура Древнего Египта

Пропорции в зданиях и частях зданий архитектуры Египта устанавливали между их размерами самые простые отношения 1:2, 3:5.

Общая высота здания делилась обычно на три равные части:

• Цоколь;

• Ствол колонны;

• и верхнюю часть здания до основания капители.

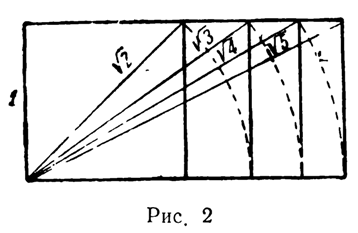
Последняя часть делится, в свою очередь, также на три части:

• Капитель;

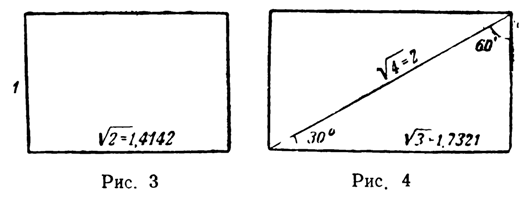
• Абака;

• Карниз.

Система пропорций, применявшаяся в архитектуре Древнего Египта, построена на квадрате и его производных (рис.2):



Эти четыре фигуры, связанные между собой общим построением, обладают интересными свойствами. Первая фигура — квадрат — одна из простейших фигур, имеющая равные стороны. Она является основной формой в ранней архитектуре Древнего Египта, также как и связанная с ней вторая фигура — прямоугольник с отношением сторон, равным отношению стороны квадрата к его диагонали (рис. 3 и 4).



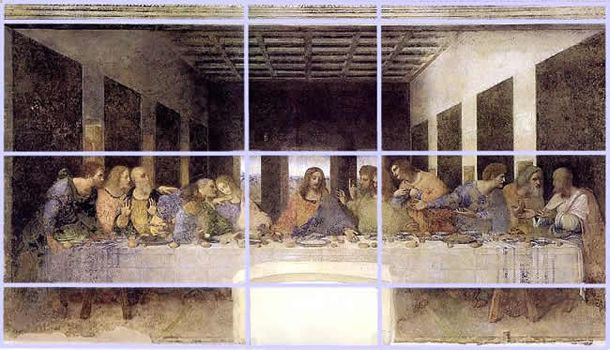
Архитектура Древнего Египта знаменита своей **симметрией** - ни одна архитектура не уравновешивает так массы, как египетская. Луксорский храм представляет ряд дворов в форме неправильных прямоугольников. Египетским зодчим было известно, что глаз неверно воспринимает углы плана, и потому они допусками некоторые неправильности, ускользающие от зрителя.

Обратим внимание на форму легендарных Египетских пирамид: длина грани пирамиды Хеопса с Гизе 783.3 фута, высота 484,4 фута, длина грани деленная на высоту приводит к соотношению 1,618.

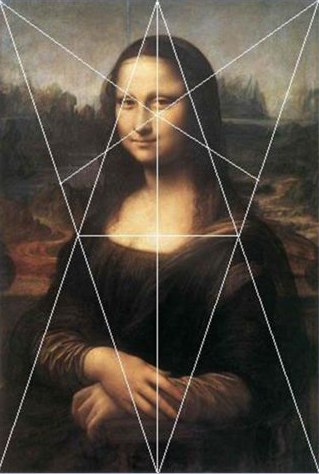
## Золотое сечение в живописи

Как было сказано выше, пропорции в архитектуре древности были довольно частым явлением.

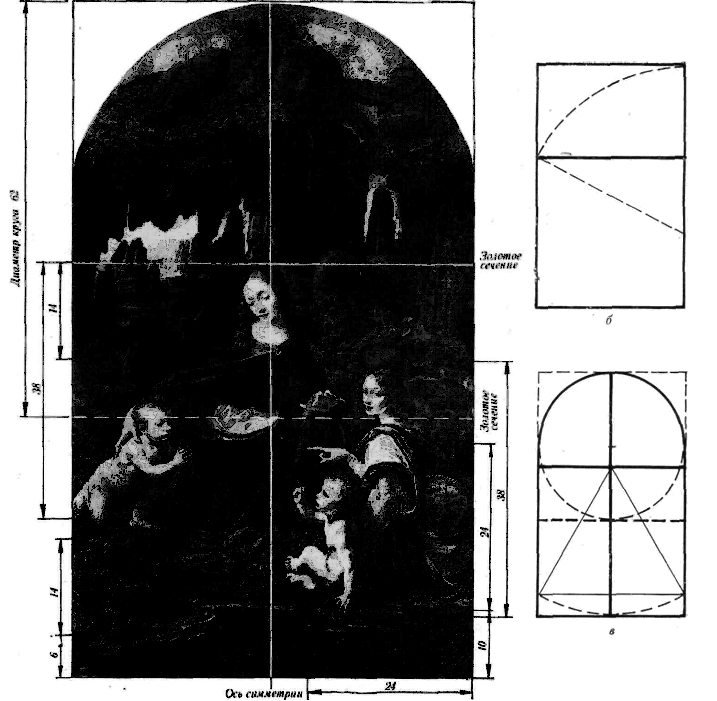
Золотое сечение было особенно популярно в эпоху Возрождения. Художники, выбирая размер будущей картины, старались, чтобы ее стороны были в золотом отношении. Этот термин ввел Леонардо Да Винчи. «Тайная вечеря» Леонардо Да Винчи сделана по этому принципу:



Переходя к примерам золотого сечения в живописи, невозможно не подметить этого великого художника. Известно, что знаменитый портрет Мона Лизы (Джоконды) построен на «золотых треугольниках», точнее на треугольниках, являющихся кусками правильного звездчатого пятиугольника. Зрачок левого глаза, через который проходит вертикальная ось полотна, находится на пересечении двух биссектрис верхнего золотого треугольника, которые с одной стороны, делят пополам углы при основании золотого треугольника, а с другой стороны, в точках пересечения с бедрами золотого треугольника делят их в пропорции Золотого сечения.



Золотое сечение в картине «Мадонна в скалах» Леонардо Да Винчи.



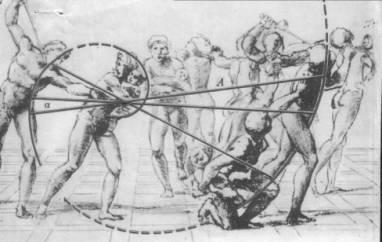
Золотое сечение применялось и русскими великими художниками, так золотое сечение есть в картине И. И. Шишкина "Сосновая роща".



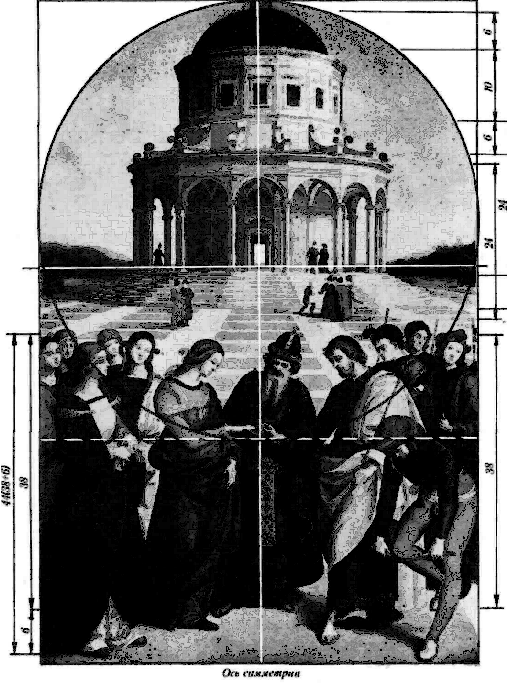
На картине Шишкина имеются намеки на золотую пропорцию – ярко освещенная сосна на переднем плане делит длину картины по золотому сечению, а справа от сосны – тоже освещенный солнцем небольшой холмик. Он делит по золотому сечению правую часть картины по горизонтали. Слева от выделяющейся сосны находятся еще сосны – так разбор можно продолжать еще долго. Наличие в картине ярких вертикалей и горизонталей, делящих ее в отношении золотого сечения, придает ей характер уравновешенности и спокойствия, в соответствии с замыслом художника.

Это значит, что математика помогает творцам достигнуть нужного результата в своих работах.

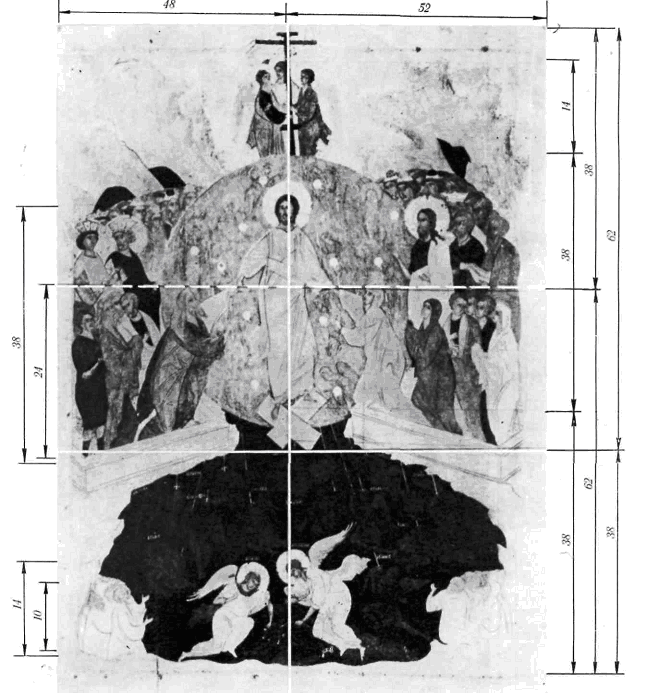
Золотое сечение в картине Рафаэля Санти «Избиение младенцев»:



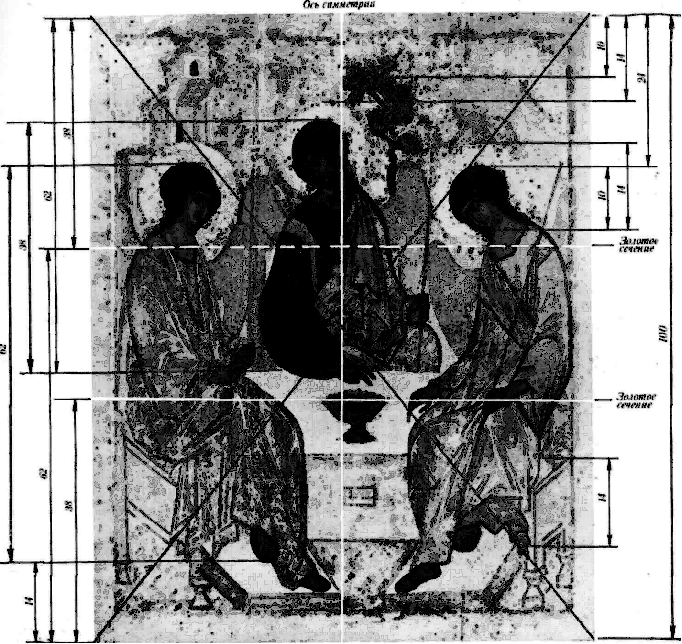
Золотое сечение в картине Рафаэля Санти «Обручение Марии». Рама картины очень похожа на раму работы Леонардо Да Винчи «Мадонна в скалах».



Золотые пропорции в линейном построении изображения на иконе «Сошествие в ад» Дионисия и мастерской



Симметрия и золотые пропорции в линейном построении «Троицы» Андрея Рублева:



**Выходит, что примеров использования дробей, пропорций и золотого сечения в живописи и архитектуре - немереное количество! Но что насчет иных жанров искусства?**

## ****Математика и иные жанры искусства (музыка и кино)****

**Музыка – действительно великое и поистине сложное искусство, которое поддается далеко не всем. Но зависит ли понимание, чувство музыки просто от соответствующих талантов человека? Можно ли совместить два, казалось бы, таких разных понятия – математику и музыку?**

**Математики, начиная с Пифагора, постоянно проявляли интерес к музыке. В школе Пифагора получила свое первоначальное оформление математическая теория музыки. Об это напоминает математическая терминология, например «гармоническая пропорция», о которой тоже велся разговор в моей исследовательской работе.**

**В свое время английский математик Д. Сильвестр называл музыку – математикой чувств, а математику – музыкой разума.**

**Но существуют ли *практические* доказательства связи музыки и дробей?  
Длину такта можно представить в виде суммы четырех дробей, которая будет равна единице: 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/8 = 1.**

**Также длины трех струн, дающих ноты ДО, МИ, СОЛЬ, которые составляют один из наиболее благозвучных аккордов – мажорный, удовлетворяют требования гармонической пропорции, а числа колебаний этих струн образуют непрерывную арифметическую пропорцию.**

Неужели и в киноискусстве тоже возможно использовать математические понятия? Искусствоведы отмечают, что Сергей Эйзенштейн искусственно построил фильм «Броненосец Потёмкин» по правилам золотого сечения. Он разбил ленту на пять частей. В первых трёх действие разворачивается на корабле. В двух последних — в Одессе, где разворачивается восстание. Этот переход в город происходит точно в точке золотого сечения. Да и в каждой части есть свой перелом, происходящий по закону золотого сечения. В кадре, сцене, эпизоде происходит некий скачок в развитии темы: сюжета, настроения. Эйзенштейн считал, что, так как такой переход близок к точке золотого сечения, он воспринимается как наиболее закономерный и естественный.

## Выводы по первой главе.

В ходе изучения научной литературы, статей искусствоведов, произведений искусства великих архитекторов и художников нам удалось выявить, что настоящее искусство имеет свою теорию. Часто эту теорию можно выразить в терминах математики, такие как пропорция, золотое сечение, симметрия.

Многие люди не осознают, насколько наша жизнь связана с математикой, и те, кто считает себя гуманитарем, уверен, что математические знания в их будущей профессии не пригодятся. Проведя исследование нам удалось установить, что такие творческие направления деятельности человека, как музыка, живопись, архитектура без математических законов не могут существовать и развиваться. Таким образом, данное исследование может помочь мотивировать на изучение математики каждого ученика.

Гипотеза, поставленная в начале исследования, подтвердилась. Математические законы, а именно обыкновенные дроби, которые выражают пропорцию и золотое сечение очень часто проявляются в разных областях искусства.

# ****Глава 2. Практическая****

## Золотое сечение в архитектуре Санкт-Петербурга

В ходе исследования мне стало интересно учитывали ли архитекторы красивейших зданий и соборов нашего города принципы золотого сечения.

Санкт-Петербург считают городом, обладающим красотой – и не зря, ведь центральная часть Петербурга поражает величественными памятниками и скульптурами. Архитектура Санкт-Петербурга представляет собой созданный в XVIII—XX веках один из самых выдающихся по выразительности архитектурных столичных комплексов. Особенностями архитектуры Санкт-Петербурга являются продуманная регулярность застройки, соразмерность городских ансамблей, учёт влияния неброской природной среды, гармоничная полифония различных архитектурных стилей. Но есть ли у этой красоты *закономерность*, то, что радует наш глаз не просто так? Попробуем найти в ней пропорцию золотого сечения.

В качестве объектов исследования мы выбрали следующие архитектурные объекты:

1. Исаакиевский собор.
2. Кунсткамера.

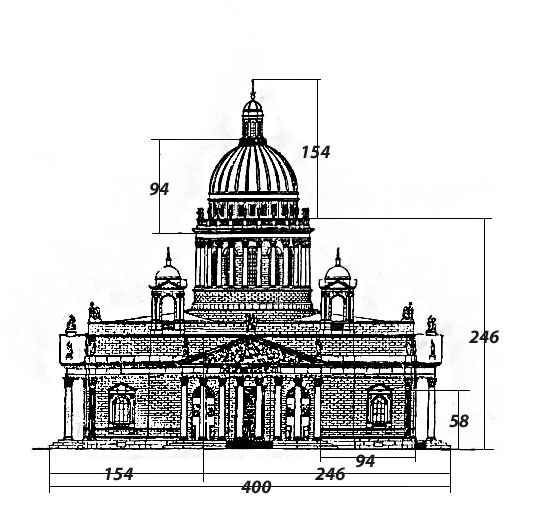
**Исаакиевский собор**

Исаакиевский собор (официальное название - собор преподобного Исаакия Далматского) — крупнейший православный храм Санкт-Петербурга. Он явился одним из крупнейших в мире купольных зданий (диаметр купола – 21,8 м). Высота Исаакиевского собора – 101,5 м, размеры в плане (с портиками) 111,5 на 97,6 м.

Несмотря на свои огромные размеры, собор выглядит гармонично.

Рассмотрим ширину здания.

Принимаем данное расстояние за 400 ед., значит, ряд будет представлять собой такие длины: 400, 247, 153, 94, 58, 36, 22. Каждое число будет отличаться от предыдущего на число Ф, значение которого округлено до 0,618 . Этот ряд золотой пропорции, соответствует основным фигурам, образующим здание: основа собора с колоннадой вписываются в золотой прямоугольник со сторонами 400 и 247. Высота купола – 154, что так же является числом этого ряда. Таким образом, в главном входе собора присутствуют пропорции золотого сечения.



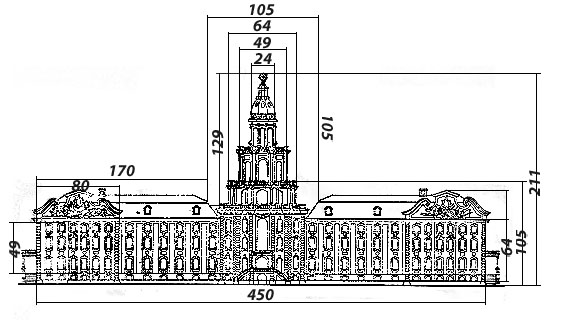
**Кунсткамера**

**Здание Кунсткамеры заложили в 1718 году. Строительством руководил архитектор Маттарнови, который и разработал проект здания. Кунсткамера построена в стиле петровского барокко, состоит из двух 3-этажных корпусов в формах, соединённых барочной многоярусной башней со сложным купольным завершением.**

**Рассмотрим высоту и длину здания.**

**Если принимать длину здания за 450 ед., то ряд пропорции представляет собой: 450, 277, 170, 105, 64, 49, 24. Эти размеры используются в основе здания: высота до начала башни, длина 3-этажных корпусов, высота башни, широты разных уровней башни так же являются числами этого золотого**

**ряда.**



**Также золотое сечение просматривается в башне в больше степени, чем в других частях здания, потому что башня – это выходящий из общего здания элемент, и с точки зрения архитектуры главной задачей является добиться того, чтобы этот элемент выглядел гармонично и не «выбивался» из общего вида. В сравнении с Исаакиевским собором, в здании Кунсткамеры Золотое сечение встречается меньше.**

# ****Заключение****

**Изучив теоретический материал про дроби в произведениях искусства и применив его в практической части моей исследовательской работы, я сделала следующие выводы:**

* **Дроби встречаются как в архитектуре древних царств, так и в современной архитектуре.**
* **Дроби, в особенности золотое сечение, встречались в работах известных художников 18 века.**
* **Дроби встречаются не только в визуальной части ответвлений искусства, но еще и в музыкальных произведениях.**

**Значит, такие три вида искусства, как живопись, архитектура и музыка, прочно связаны с понятием золотого сечения, пропорции и дробей в целом, и этому есть множество примеров. Гипотеза исследовательской работы доказана.**

# Список используемой литературы

**Книги:**А. В. Волошинов «Математика и искусство»;

* Ф. В. Ковалев «О золотом сечении»;
* М. Ливио «φ – Число Бога. Золотое сечение – формула мироздания»
* В. Лаврус «Золотое сечение»;
* Н. Е. Стеликов «Гармония древнеегипетской архитектуры»;
* А.П. Юшкевич «История математики с древнейших времен до начала XIX столетия»;
* Ф. Корбалан «Золотое сечение. Математический язык красоты».

**Статьи:**

* Золотое сечение (<http://www.abc-people.com/data/leonardov/zolot_sech-txt.htm>)
* Золотое сечение в архитектуре (<http://www.victorvolodin.ru/2016/01/16/золотое-сечение-в-архитектуре/>)
* Дроби в музыке (<http://ru.calameo.com/read/001875186e5317ef9c698>)
* Нужны ли дроби в музыке (<http://wiki.tgl.net.ru/index.php/Нужны_ли_дроби_в_музыке>)
* Математика в архитектуре (<http://nsportal.ru/npo-spo/kultura-i-iskusstvo/library/2014/10/03/matematika-v-arkhitekture>)
* Гармонизирующая роль пропорции золотого сечения в сонете (<http://cyberleninka.ru/article/n/garmoniziruyuschaya-rol-proportsii-zolotogo-secheniya-v-sonete>)
* Понятие о гармонии. Математические закономерности композиции (<http://www.i2r.ru/static/469/out_17570.shtml>)
* Архитектура Древнего Египта (<http://www.vizir.ru/design_s1.htm>)